

第十五周作业

LECTURER: 杨启哲

LAST MODIFIED: 2023 年 12 月 18 日

截止日期 本次作业不作定性要求，所以没有截止日期。

1. (教材习题 9.20) 证明 $NP = P$ 当且仅当对于某个 NP 完全问题 Π , $\Pi \in P$ 。
2. 课上已经说过，团问题是 NP 完全的，现在我们考虑其一个子问题，即顶点度数不超过 3 的团问题，我们称其为 $Clique-3$:
 - (1) 证明 $Clique-3$ 是 NP 问题?
 - (2) 请指出下列证明 $Clique-3$ 是 NP 完全问题的错误之处：

我们知道一般的团问题是 NP -完全的，因此仅需要找打一个由 $Clique-3$ 到团问题的归约。给定一个顶点度数不超过 3 的图 G 和参数 k ，归约保持该图和参数不变；显然归约的输出是团问题的一个可能输入。此外，两个问题的解相同。这样就证明了归约的正确性，从而 $Clique-3$ 是 NP -完全的。
 - (3) 尝试给出一个对 $Clique-3$ 问题的算法，它是多项式的么?
3. (独立集问题 (Independent Set)) 图的独立集指的是顶点的一个子集 V' ，满足图中的每条边至多与 V' 的一个点相关联。独立集问题是指给定一个图 G 和参数 k ，判断是否存在一个独立集 V' ，使得 $|V'| \geq k$ 。证明独立集问题是 NP 完全的。

(Hint: 尝试用团问题去归约。)