

第三周作业

LECTURER: 杨启哲

LAST MODIFIED: 2023 年 9 月 24 日

截止日期 2023 年 10 月 8 日晚 23: 59

1. (教材习题 5.2) 考虑算法 *SlowMinmax*, 它是将算法 *Minmax* 的检验条件 $\text{if } high - low = 1$ 修改为 $\text{if } high = low$, 并对此算法做一些相应改变而得出的。这样, 在算法 *SlowMinmax* 中, 当输入数组的大小为 1 时, 递归停止。计算由此算法找出数组 $A[1, \dots, n]$ 中的最大值和最小值所需要的比较次数, 这里 n 是 2 的幂。并解释为什么此算法的比较次数大于算法 *Minmax* 的比较次数。

Hint: 在这种情形下, 初始条件是 $C(1) = 0$

2. (教材习题 5.26) 对于某个整数 $g \geq 3$, 用 g 来表示算法 *Select* 中每组的规模, 导出用 g 表示的算法的运行时间。当 $g = 3, 7, 9, 11$ 时, 哪个选择可以保证算法在最坏情况下执行的次数依旧是 $\Theta(n)$?
3. (教材习题 5.45) 设 $x = a + bi$ 和 $y = c + di$ 是两个复数。只要 4 次乘法就很容易计算乘积

$$xy = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

现在请设计一个方法, 只用 3 次乘法去计算 xy 。

4. (螺母和螺栓) 有个木匠有一堆混合的 N 个螺母和 N 个螺栓。他希望能找到相应的螺母和螺栓配对。每个螺母只能配对一个螺栓, 每个螺栓也只能配对一个螺母。通过将螺母和螺栓组合在一起, 木匠可以看出哪个更大, 但木匠不能直接比较两个螺母或两个螺栓。

设计一种算法来解决这个问题, 该算法使用 $N \log N$ 次比较 (以概率方式)。

Hint: 好好利用 *Quicksort* 中的划分过程。