

第一周作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2024 年 9 月 13 日

截止日期 2023 年 9 月 18 日晚 24: 00

1. 令数组 $A[1, \dots, 500] = 1, 2, \dots, 500$, 用算法 `BinarySearch` 搜索下列元素时, 分别执行了多少次比较运算?

- (a) -3 (b) 1 (c) 500 (d) 250

2. 用 `True` 或者 `False` 填空:

$f(n)$	$g(n)$	$f = O(g)$	$f = o(g)$	$f = \Omega(g)$	$f = \Theta(g)$	$f = \omega(g)$
$0.2n^3 + 3n$	$100n^2 + 2n + 100$					
$50n + \log n$	$10n + \log \log n$					
$50n \log n$	$10n \log \log n$					
$n + \log n$	$\log^{100} n + \log n$					
$n!$	$2^n + n^{100}$					

3. 请找到两个单调递增函数 $f(n)$ 和 $g(n)$, 使得 $f \neq O(g)$ 并且 $g \neq O(f)$ 。

4. 考虑如下算法 `COUNT7`:

算法: `COUNT7`

输入: 正整数 n

输出: 第 6 步的执行次数 `count`

```

1: count ← 0
2: for i ← 1 to n do
3:   j ← ⌊ $\frac{n}{2}$ ⌋.
4:   while j ≥ 1 do
5:     count ← count + 1
6:     if j 是奇数 then j ← 0
7:     else j ← ⌊ $\frac{j}{2}$ ⌋
8:     end if
9:   end while
10: end for
    
```

(1) 第 6 步执行了多少次?

(2) 要表示算法的时间复杂性, O 和 Θ 哪个符号更合适? 为什么?

(3) 该算法的时间复杂性是什么?

5. 考虑元素唯一性问题：给定一个数组 $A[1, \dots, n]$ ，其中的元素都是整数，请设计一个有效的算法来判断数组中是否有重复元素；并尝试分析你的算法的时间复杂性。
6. (鸡蛋掉落) 假设现在有一幢 N 层高的楼和一些鸡蛋。对于这些鸡蛋来说，存在一层楼 T ，使得当这些鸡蛋从 T 层楼或更高的楼层摔落下去时鸡蛋会碎，反之鸡蛋则不会碎。你现在的目标是在下述条件下设计算法找到这个楼层 T ：
- (1) 你只有 1 个鸡蛋，但有 T 次机会。
 - (2) 你有 $\log N$ 个鸡蛋和 $\log N$ 次机会。
 - (3) 你有 $\log T$ 个鸡蛋和 $2 \log T$ 次机会。
 - (4) 你有 2 个鸡蛋和 $2\sqrt{N}$ 次机会。
 - (5) 你有 2 个鸡蛋和 $c\sqrt{T}$ 次机会，这里 c 是一个与 T, N 无关的常数。

Remark 0.1

这道题是去年第一次作业的一道题，答案在去年的课程主页上已经给出，所以这**不是必做的题目**。但是有兴趣的同学可以先自己思考一下，然后再去查看答案。