

第十一周作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2024 年 11 月 21 日

截止日期 2023 年 11 月 27 日晚 24: 00

1. 设计一个非确定算法来求解旅行商问题。

2. 考察图的团问题的判定版本和优化版本:

图的团问题的判定版本

- **输入:** 图 G 和正整数 k 。
- **输出:** 是否存在一个大小为 k 的团。

图的团问题的优化版本

- **输入:** 图 G 。
- **输出:** 图 G 的最大团的大小。

假设现在有一个多项式时间的算法可以解决图的团问题的判定版本, 试证明可以在多项式时间内解决图的团问题的优化版本。

3. (三角剖分) 给定平面上包含 n 个顶点的凸多边形 P (给定各顶点的坐标), P 的一个三角剖分由 P 中除端点外不相交的 $n - 3$ 条对角线构成, 使得 P 被分割成 $n - 2$ 个三角形。三角剖分的代价是所有对角线长度之和, 请设计一个高效的算法来求解 P 中代价最小的三角剖分。

4. (2-SAT 问题) 2-SAT 问题是在 SAT 问题基础上增加每个子句至多包含两个文字的限制, 即每个子句形如 $(c \vee c')$, 这里的 c 为 x_i 或者 $\neg x_i$ 。我们可以发现, 增加了这样的限制后, 该问题便是可以高效解决的了。请给出一个多项式时间的算法来求解 2-SAT 问题。

Hint: 可以考虑将其转换成一张图

5. 给定有向图 $G = (V, E)$, 子集 $E' \subseteq E$ 称为一个反馈弧集合是指, 将其移除后使得图 G 变成一个无环图。

反馈弧集合问题 (FAS): 给定有向图 $G = (V, E)$ 和 b , 是否存在一个大小不超过 b 的反馈弧集合? 请证明 FAS 问题是 NP 问题。

Remark 0.1

事实上, 我们可以进一步证明 FAS 问题是 NP 完全问题, 这会是下一次的作业。