

## 第十三周作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2024 年 12 月 5 日

**截止日期** 2023 年 12 月 11 日晚 24: 00

1. 证明或者否定下列结论: 如果一个网络中所有的容量值是互不相同的, 则存在一个唯一的流函数, 其给出一个最大流。
2. 给出一个有效算法, 它在一个给定的带边容量的有向无回路图中寻找最大瓶颈容量的路径, 这里一条路径的瓶颈容量是指路径上最小的边的容量。
3. 最大流问题有许多常见的变型。现在考虑这样一个问题, 如果不止每条边存在流量限制, 每个顶点也存在流量限制, 那么最大流问题如何求解?

Hint: 如何转化成一般的最大流问题?

4. Adam 教授有两个儿子, 可不幸的是, 他们互相讨厌对方。随着时间的推移, 问题变的愈发严重, 他们之间不仅不愿意一起走到学校, 甚至每个人都拒绝走另一个人当天走过的道路。两个孩子对于自己所走的路径与对方所走的路径是否在街角交叉并不在意。幸运的是, Adam 教授的家和学校都位于街角上。Adam 教授有小镇的地图, 他想知道他能否在满足上述条件的情况下把他的两个儿子送到学校。请将其建模成一个网络流问题来帮助 Adam 教授。
5. 给定有向图  $G = (V, E)$  和其中两个特殊的顶点  $s, t$ 。试设计一个有效算法, 找出  $s$  到  $t$  的边不相交的路径的最大条数。