

## 第十四周作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2024 年 12 月 11 日

**截止日期** 2023 年 12 月 18 日晚 24: 00

1. 在一个无向图  $G = (V, E)$  中, 称  $D \subseteq V$  是一个占优集, 如果对于任意  $u \in V$ , 要么  $v \in D$ , 要么存在  $v \in D, (u, v) \in E$ 。**占优集问题**是指给定无向图  $G = (V, E)$  和正整数  $k$ , 判断是否存在一个占优集  $D$ , 使得  $|D| \leq k$ 。  
请证明占优集问题是 NP-完全的。

2. 证明或者否定下列结论: 如果一个网络所有容量值是不同的, 则存在一个唯一的最小割, 其把源节点和汇节点分开。

3. 假设有人告诉你某个网络上最大流问题的解。请给出一个线性时间的算法, 判断该解是否真的是最优。

4. 在一个流网络中，一条边被称为是临界的，是指降低其容量将导致最大流规模下降。请给出一个寻找网络中临界边的高效算法。

5. 令  $G = (V_1, V_2, E)$  是一个二分图。 $G$  的一个边覆盖  $C$  是  $E$  中一个边集，使得  $G$  中每一个顶点至少和  $C$  中一条边相关联，试设计一个算法，找出  $G$  中规模最小的边覆盖集。