

第十五周作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2024 年 12 月 18 日

说明： 本次作业不需要提交。

1. QUADEQ 问题是讨论二次方程是否存在 0/1 解的问题。具体的来说，其一个实例包含 n 个变量， m 个方程，每个方程如下形式：

$$\sum_{i,j \in [n]} a_{ij} x_i x_j = b$$

这里加法是在有限域 \mathbb{F}_2 上定义的，即只有 0 和 1 两个元素，并且加法满足：

$$\begin{aligned} 0 + 0 &= 0 & 0 + 1 &= 1 \\ 1 + 0 &= 1 & 1 + 1 &= 0 \end{aligned}$$

请证明 QUADEQ 问题是 NP 完全的。

2. 一个**阻塞流**指的是流网络 $G = (V, E, c)$ 上的一个流 f ，使得如果对任意 G 中 s 到 t 的路径 π ， G 中存在一条边 $e \in \pi$ ，使得 $f(e) = c(e)$ 。用例子说明，在剩余图的层次图中的一个阻塞流并不一定是剩余图中的阻塞流。
3. 苦荞麦产自堪萨斯和墨西哥，主要的消费地则在纽约和加州。堪萨斯和墨西哥的苦荞麦产量分别为 15 和 8。同时，纽约和加州的消费量分别为 10 和 13。根据运输路线不同，每单位苦荞麦的运费依次为：墨西哥至纽约 4 元，墨西哥至加州 1 元，堪萨斯至纽约 2 元，堪萨斯至加州 3 元。

请写出一个线性规划，判断每个产地应该分别向不同的消费地运输多少苦荞麦，使得总运费最少。

4. 考虑如下的线性规划：

$$\begin{aligned} \max \quad & 5x_1 + 3x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 5x_1 - 2x_2 \geq 0 \\ & x_1 + x_2 \leq 7 \\ & x_1 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

请绘出其可行区域并指出最优解。