

第七次作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2025 年 11 月 11 日

截止日期 2025 年 11 月 17 日晚 24: 00

重要提醒: 请邮件提交的同学严格按照第一个课件上的要求, 平时作业请在邮件提交一个名为“**学号-姓名-算法第 7 次平时作业**”的 pdf 文件作为你的作业, 编程作业请在邮件提交一个名为“**学号-姓名-算法第 7 次编程作业**”的 pdf 文件作为你的作业, 邮件标题也请写成“**学号-姓名-算法第 7 次平时 (编程) 作业提交**”。

1. (最大生成树) 请给出一个算法, 求出一个无向图的最大生成树, 即权重最大的生成树。

2. Alice 想要举办一个舞会, 为此需要决定邀请什么人参加。目前共有 n 个人可供选择, Alice 根据他们之间是否相互认识列出一个相互配对的列表。她希望在邀请的人能在满足每个人都找少可以找到 5 个认识的和 5 个不认识的人的前提下, 尽可能多地邀请人参加舞会。请设计一个高效的算法, 帮助 Alice 决定邀请哪些人参加舞会。

算法的输入是一个 n 个人的列表, 以及相识的配对列表, 输出的是最优的邀请人列表。

3. 给定一个无向图 G 和其中的一条边 e , 请设计一个线性时间算法, 判断图中是否存在一个包含 e 的环。

4. 我们考虑一个新的方法来得到最小生成树:

- (1) 请证明如下性质: 选择图中任何一个环, 删除其中权重最大的边, 得到的图的最小生成树仍然是原图的最小生成树。
- (2) 考虑如下的算法:

算法:MST-DeleteCycle

- (i) 将图中的边按照权重从大到小排序。
- (ii) 按排好的顺序考虑每一条边, 如果这条边在图中形成了环, 则删除这条边。
- (iii) 直到图中没有环为止。返回剩下的图。

请证明算法的正确性。

5. (最长回文子序列) 如果一个子序列从左向右和从右向左读都一样, 则称之为回文。例如, 序列:

A, C, G, T, G, T, C, A, A, A, A, T, C, G

有很多回文子序列, 如 A, C, G, C, A 和 A, A, A, A。请设计一个 $O(n^2)$ 时间的算法, 对于输入一个长度为 n 的序列, 找出其最长回文子序列的长度。