

第十五周作业

LECTURER: 杨启哲

LAST MODIFIED: 2023 年 12 月 18 日

截止日期 2023 年 12 月 25 日晚 23: 59

1. 下面给出的各符号串集合哪些是前缀码?

- $A_1 = \{0, 10, 110, 1111\}$
- $A_2 = \{1, 01, 001, 000\}$
- $A_3 = \{1, 11, 101, 001, 0011\}$
- $A_4 = \{b, c, dd, cd, aba, abb, abc\}$

2. 设 7 个字母在一篇文章中出现的频率如下:

字母	a	b	c	d	e	f	g
频率	0.08	0.12	0.15	0.15	0.2	0.2	0.1

用 *Huffman* 算法构造出相应的最优前缀码, 并计算当整篇文章有 1×10^6 个字符的时候, 用这个最优前缀码编码文章所需的长度。

3. 考虑堆的大小是 10, 20, 30, 40, 50 的 5 堆 *Nim* 游戏。这局游戏是平衡的么? 请给出玩家 *I* 的第一次取子方案。
4. 方程 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30$ 有多少满足 $x_1 \geq 2, x_3 \geq -5, x_2, x_4 \geq 0$ 的整数解?
5. 令 $r \leq n$ 是两个正整数, 证明下列组合式:

$$\binom{r}{r} + \binom{r+1}{r} + \cdots + \binom{n}{r} = \binom{n+1}{r+1}$$

6. 证明对所有整数 r, k, m 我们有:

$$\binom{r}{m} \binom{m}{k} = \binom{r}{k} \binom{r-k}{m-k}$$