

第五周作业

LECTURER: 杨启哲

LAST MODIFIED: 2023 年 10 月 8 日

截止日期 2023 年 10 月 17 日晚 23: 59

1. 将下列命题用 0 元谓词符号化。
 - 小王学过英语和法语。
 - 除非李健是东北人，否则他一定怕冷。
 - 3 不是偶数。
2. 在一阶逻辑中，分别在 (a)，(b) 时将下列命题符号化，并讨论个命题的真值。
 - 对任意的 x ，均有 $x^2 - 2 = (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$ 。
 - 存在 x ，使得 $x + 9 = 5$ 。

(a) 个体域为自然数集合 \mathbb{N} 。
 (b) 个体域为实数集合 \mathbb{R} 。
3. 在一阶逻辑中将下列命题符号化。
 - (1) 没有不能表示成分数的有理数。
 - (2) 在北京卖菜的不全是外地人。
 - (3) 有的火车就比有的汽车快。
 - (4) 说凡是汽车就比火车慢是不对的。
4. 假设符号集包括常量 a ，函数 f ，谓词符号 F, G 。给定解释 $I = (\mathbb{R}, \mathbf{a})$ 和赋值 σ 如下：
 - (1) 个体域为实数集合 \mathbb{R} 。
 - (2) $\mathbf{a}(a) = 0$ 。
 - (3) $\mathbf{a}(f)(x, y) = x - y$ 。
 - (4) $\mathbf{a}(F)(x, y) = x \equiv y$ ， $\mathbf{a}(G)(x, y) = x < y$ 。
 - (5) $\sigma(x) = 1$ ， $\sigma(y) = -1$

给出下列公式在 I 和 σ 下的解释，并指出它们的真值。

 - (1) $\forall x(G(x, y) \rightarrow \exists yF(x, y))$ 。
 - (2) $\forall y(F(f(x, y), a) \rightarrow \forall xG(x, y))$ 。
5. 判断下列公式的类型。
 - (1) $F(x) \rightarrow \forall xF(x)$
 - (2) $\exists xF(x) \rightarrow F(x)$
 - (3) $(\forall xF(x) \rightarrow \forall xG(x)) \rightarrow \forall x(F(x) \rightarrow G(x))$