

第七周作业

LECTURER: 杨启哲

LAST MODIFIED: 2023 年 10 月 23 日

截止日期 2023 年 10 月 30 日晚 23: 59

1. 求下列集合的幂集:

- $\{a, b, c\}$.
- $\{1, \{2, 3\}\}$.
- $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.

2. 画出下列集合的文氏图:

- $\bar{A} \cap \bar{B}$
- $A \cap (\bar{B} \cup C)$

3. 化简下列集合表达式:

- $((A \cup B) \cap B) - (A \cup B)$.
- $((A \cup B \cup C) - (B \cup C)) \cup A$.
- $\cup\{\{3, 4\}, \{\{3\}, \{4\}\}, \{3, \{3, 4\}\}, \{\{3\}, 4\}\}$.

4. 对 60 个人的调查表明有 25 个人阅读《每周新闻》杂志, 26 个人阅读《时代》杂志, 26 个人阅读《财富》杂志, 9 个人阅读《每周新闻》和《财富》杂志, 11 个人阅读《每周新闻》和《时代》杂志, 8 个人阅读《时代》和《财富》杂志, 还有 8 个人什么杂志也不读。问:

- 有多少人只阅读《每周新闻》杂志?
- 有多少人每个杂志都阅读?

5. 设 A, B, C 是任意集合, 证明:

- $(A - B) - C = A - (B \cup C)$.
- $(A - B) - C = (A - C) - B$.

6. (这是一个挑战题, 不要求大家一定要做。) 令 A 是一个自然数的集合, 对于任何一个自然数 x , 我们定义 $n_A(x)$ 为集合 A 中把 x 拆分成两个不同元素之和的方案总数。例如, 对于集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 来说 $n_A(4) = 2$, $n_A(2) = 1$ (因为 $4 = 1 + 3 = 0 + 4$, $2 = 0 + 2$), 你是否能给出两个不相交的集合 A, B 满足:

- $A \cup B = \mathbb{N}$.
- 对于任何一个自然数 x , $n_A(x) = n_B(x)$.