

第八周作业

LECTURER: 杨启哲

LAST MODIFIED: 2023 年 11 月 23 日

截止日期 2023 年 11 月 6 日晚 23: 59

1. 已知 $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, 求 $A \times \mathcal{P}(A)$.
2. 令 $R = \{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 2), (1, 3), (2, 3)\}$, 求 $R \circ R, R^{-1}, R \upharpoonright \{0, 1\}, R[\{1, 2\}], R^3, R^4$.
3. 给定 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 和其上的关系 $R = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$, 请问:
 - R 的关系图和关系矩阵是怎么样的?
 - R 满足什么关系?
 - 求 R 的自反闭包、传递闭包、对称闭包和自反对称传递闭包。
4. 请给出下列命题的证明:
 - 令 R 是 A 上的一个关系, 则 $s(R) = R \cup R^{-1}$
 - 证明 $s(t(R)) \subseteq t(s(R))$, 并给出一个反例说明 \subseteq 不能改为 $=$.
5. 令 $A = \{a, b, c, d\}$, 在 $A \times A$ 上定义二元关系 R :

$$\forall (u, v), (x, y) \in A \times A, (u, v)R(x, y) \Rightarrow u + y = x + v$$

- 证明 R 是 $A \times A$ 上的等价关系。
- 确定相应的等价类, 以及对 $A \times A$ 的划分。