

第十二周作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2024 年 11 月 28 日

截止日期 2024 年 12 月 4 日晚 24: 00

1. 下列各数列中哪些是可图化的？可简单图化的？对于可简单图化的数列给出一个对应的简单图：

(1) (2, 2, 3, 5, 5, 6, 6)

(2) (1, 1, 2, 2, 3, 3, 5, 5)

(3) (2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3)

2. 画出完全图 K_4 的所有非同构的子图，并且指出哪些图是生成子图。

3. 设 G 是 n 阶 $n+1$ 条边的无向图, 证明: G 中存在顶点 v 使得 $d(v) \geq 3$.

4. 设有向图 D 的顶点集为 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, 其邻接矩阵 A 为:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

画出 D 的示意图, 并求出 D 各个顶点的出度与入度。

5. 设 G 是 n 阶无向图, 若其补图 \bar{G} 与 G 同构, 则称 G 为自补图。证明若 G 是自补图, 则有 $n \equiv 1(\text{mod } 4)$ 或 $n \equiv 0(\text{mod } 4)$.