

第十五周作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2024 年 12 月 18 日

说明： 此次作业并不需要提交。

1. 下面给出的各符号串集合哪些是前缀码？

- $A_1 = \{0, 10, 110, 1111\}$
- $A_2 = \{1, 01, 001, 000\}$
- $A_3 = \{1, 11, 101, 001, 0011\}$
- $A_4 = \{b, c, dd, cd, aba, abb, abc\}$

2. 设 7 个字母在一篇文章中出现的频率如下：

| 字母 | a | b | c | d | e | f | g |
|----|------|------|------|------|-----|-----|-----|
| 频率 | 0.08 | 0.12 | 0.15 | 0.15 | 0.2 | 0.2 | 0.1 |

用 Huffman 算法构造出相应的最优前缀码，并计算当整篇文章有 1×10^6 个字符的时候，用这个最优前缀码编码文章所需的长度。

3. 考虑堆的大小是 10, 20, 30, 40, 50 的 5 堆 Nim 游戏。这局游戏是平衡的么？请给出玩家 I 的第一次取子方案。

4. 方程 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30$ 有多少满足 $x_1 \geq 2$, $x_3 \geq -5$, $x_2, x_4 \geq 0$ 的整数解？

5. 令 $r \leq n$ 是两个正整数，证明下列组合式：

$$\binom{r}{r} + \binom{r+1}{r} + \cdots + \binom{n}{r} = \binom{n+1}{r+1}$$

6. 证明对所有整数 r, k, m 我们有：

$$\binom{r}{m} \binom{m}{k} = \binom{r}{k} \binom{r-k}{m-k}$$