

## 第二周作业

LECTURER: 杨启哲

LAST MODIFIED: 2024 年 9 月 20 日

**截止日期** 2023 年 9 月 25 日晚 24: 00

1. 用等值演算法证明下列等值式。

$$(1) p \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q).$$

$$(2) (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q).$$

2. 用等值演算法判断下列公式的类型。

$$(1) \neg((p \wedge q) \rightarrow p).$$

$$(2) p \Leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)).$$

$$(3) (p \vee q) \rightarrow (p \wedge r).$$

3. 我们可以根据一个命题公式写出其对应的真值表, 也可以通过真值表写出满足该真值表的命题公式。比如假设命题公式有三个变量  $p, q, r$ , 其取真赋值为 000, 001, 101, 则我们可以构造如下两个公式:

- $(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r)$ .
- $(p \vee \neg q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$ .

其中第一个式子是根据取真赋值来生成的, 每一个括号内的命题公式代表了一个取真赋值, 如  $\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$  代表了 000 时为真; 第二个式子则是根据取假赋值生成的, 每一个括号内的命题公式代表了一个取假赋值, 如  $(p \vee \neg q \vee r)$  代表了 010 时为假。请根据上述内容构造下列满足要求的命题公式, 假设命题公式均只有 3 个命题变元:  $p, q, r$ :

- (1) 假设该命题公式为重言式, 请根据其取真赋值构造命题公式。
- (2) 假设该命题公式的取真赋值为 000 和 111, 请分别根据其取真赋值和取假赋值构造两个满足该要求的的命题公式。

4. 证明关于对偶式和内否式的两个性质:

- (1)  $(\neg A)^* \Leftrightarrow \neg(A^*)$ .
- (2)  $(\neg A)^- \Leftrightarrow \neg(A^-)$ .

5. 在某班班委成员的选举中，已知王小红、李强、丁金生三位同学被选进了班委会。该班的甲乙丙三位同学对此事发表了如下言论：

- (1) 甲：王小红为班长，李强为生活委员。
- (2) 乙：丁金生为班长，王小红为生活委员。
- (3) 丙：李强为班长，王小红为学习委员。

已知上述三位同学都恰好猜对了一半，请尝试使用等值演算法求出王小红、李强、丁金生分别担任了什么职位？

(Hint: 先将上述语句符号化，再通过等值演算)