

第三周作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2024 年 9 月 28 日

截止日期 2023 年 10 月 9 日晚 24: 00

1. 先分别求下列公式的一个合取范式和析取范式，再求出其的主合取范式和主析取范式。

$$(1) (p \wedge q) \vee r.$$

$$(2) (p \vee (q \wedge r)) \rightarrow (p \vee q \vee r).$$

2. 已知公式 A 含 3 个变量 p, q, r , 其成真赋值为 000 和 111, 求 A 的主析取范式和主合取范式。

3. 将下列公式化成与之等值的仅含 $\{\neg, \wedge\}$ 中联结词的命题公式:

$$(1) (p \leftrightarrow r) \wedge q.$$

$$(2) (p \rightarrow (q \wedge \neg p)) \wedge q \wedge r.$$

4. 用消解法判断下列公式是否是可满足的:

$$(1) (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (\neg r \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r).$$

$$(2) (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee r)$$

Remark 0.1

如果能找到一个成真赋值使得公式成立，则公式是可满足的。但这道题希望大家只用消解法来判断，看一下如果一个公式是可满足的，消解法最终会如何停止。(即不会产生新的公式)

5. 令 S 是一个合取范式， l 是一个出现在 S 中的文字，并且满足 l^c 不出现在 S 中。这里 l^c 的定义为:

$$l^c = \begin{cases} p, & \text{如果 } l = \neg p \\ \neg p, & \text{如果 } l = p \end{cases}$$

将所有含有 l 的简单析取式去掉后得到的合取范式记为 S_l 。证明 S 与 S_l 是同可满足的。

6. 对下面的前提提出两个结论，要求一个是有效的，一个是无效的。

- 前提: $p \leftrightarrow q, q \rightarrow r.$
- 前提: $(p \wedge q) \rightarrow r, \neg r, q.$

7. 将下列推理形式化，并证明该推理是不正确的。

如果 a 和 b 之积是负数，那么 a 和 b 恰好一个是负数。 a 和 b 之积不是负数，所以 a 和 b 都不是负数。

8. 在自然推理系统 P 中构造下面推理的证明:

(1) $\{p \rightarrow q, \neg(q \wedge r), r\} \vdash \neg p$

(2) $\{\neg p \vee r, \neg q \vee s, p \wedge q\} \vdash t \rightarrow (r \wedge s)$