

第五周作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2024 年 10 月 9 日

截止日期 2023 年 10 月 18 日晚 24: 00

1. 用自然推理系统 P 构造下面推理的证明:

如果今天是星期六, 我们就要到颐和园或圆明园去玩。如果颐和园游人太多, 我们就不去颐和园玩。今天是星期六, 颐和园游人太多, 所以我们去圆明园玩。

2. 分别利用 CP 规则 (附加前提) 和不利用 CP 规则证明下列推理:

$$\{(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s), (s \vee t) \rightarrow u\} \vdash p \rightarrow u$$

3. 在一阶逻辑中，分别在 (a), (b) 时将下列命题符号化，并讨论个命题的真值。

- 凡是整数都能被 2 整除。
- 有的整数不能被 2 整除。

(a) 个体域为自然数集合 \mathbb{N} 。

(b) 个体域为实数集合 \mathbb{R} 。

4. 在一阶逻辑中将下列命题符号化，这里个体域是全总个体域。

- (1) 没有不能表示成分数的有理数。
- (2) 在上海卖菜的不全是外地人。
- (3) 不存在比所有火车都快汽车。
- (4) 说凡是汽车就比火车慢是不对的。

5. 假设符号集包括常量 a , 函数 f , 谓词符号 F, G 。给定解释 $I = (\mathbb{R}, \mathbf{a})$ 和赋值 σ 如下:

(1) 个体域为实数集合 \mathbb{R} 。

(2) $\mathbf{a}(a) = 0$ 。

(3) $\mathbf{a}(f)(x, y) = x + y$ 。

(4) $\mathbf{a}(F)(x, y) = x \equiv y$, $\mathbf{a}(G)(x, y) = x > y$ 。

(5) $\sigma(x) = 1$, $\sigma(y) = -1$

给出下列公式在 I 和 σ 下的解释, 并指出它们的真值。

(1) $\forall x(G(x, y) \rightarrow \exists yF(x, y))$ 。

(2) $\forall y(F(f(x, y), a) \rightarrow \forall xG(x, y))$ 。