

## 第五周作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2024 年 10 月 9 日

**截止日期** 2023 年 10 月 18 日晚 24: 00

1. 用自然推理系统 P 构造下面推理的证明:

如果今天是星期六, 我们就要到颐和园或圆明园去玩。如果颐和园游人太多, 我们就不去颐和园玩。今天是星期六, 颐和园游人太多, 所以我们去圆明园玩。

2. 分别利用 CP 规则 (附加前提) 和不利用 CP 规则证明下列推理:

$$\{(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s), (s \vee t) \rightarrow u\} \vdash p \rightarrow u$$

3. 在一阶逻辑中, 分别在 (a), (b) 时将下列命题符号化, 并讨论个命题的真值。

- 凡是整数都能被 2 整除。
- 有的整数不能被 2 整除。

(a) 个体域为自然数集合  $\mathbb{N}$ 。(b) 个体域为实数集合  $\mathbb{R}$ 。

4. 在一阶逻辑中将下列命题符号化, 这里个体域是全总个体域。

- (1) 没有不能表示成分数的有理数。
- (2) 在上海卖菜的不全是外地人。
- (3) 不存在比所有火车都快汽车。
- (4) 说凡是汽车就比火车慢是不对的。

5. 假设符号集包括常量  $a$ , 函数  $f$ , 谓词符号  $F, G$ 。给定解释  $I = (\mathbb{R}, a)$  和赋值  $\sigma$  如下:

- (1) 个体域为实数集合  $\mathbb{R}$ 。
- (2)  $a(a) = 0$ 。
- (3)  $a(f)(x, y) = x + y$ 。
- (4)  $a(F)(x, y) = x \equiv y$ ,  $a(G)(x, y) = x > y$ 。
- (5)  $\sigma(x) = 1$ ,  $\sigma(y) = -1$

给出下列公式在  $I$  和  $\sigma$  下的解释, 并指出它们的真值。

- (1)  $\forall x(G(x, y) \rightarrow \exists yF(x, y))$ 。
- (2)  $\forall y(F(f(x, y), a) \rightarrow \forall xG(x, y))$ 。