

第八周作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2024 年 10 月 31 日

截止日期 2023 年 11 月 6 日晚 24: 00

1. 在自然推理系统 $N_{\mathcal{L}}$ 中, 构造下列推理的证明:

$$\{\forall x(F(x) \rightarrow \neg G(x)), \forall x(H(x) \rightarrow G(x))\} \vdash \forall x(H(x) \rightarrow \neg F(x))$$

2. 这道题我们更好的理解一下对称差:

(1) 请画出 $A \oplus B \oplus C$ 的文氏图。

(2) 证明对称差具有结合律: $A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C$.

3. 求下列集合:

- $A = \{a, b, c\}$ 和 $B = \{a, 1, 2\}$ 的对称差 $A \oplus B$ 。
- $A = \{1, \{2, 3\}, \{1, \{2\}\}\}$ 的广义并集 $\bigcup A$ 。
- $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ 的幂集 $\mathcal{P}(A)$ 。

4. 对 62 个人的调查表明有 25 个人阅读《每周新闻》杂志, 26 个人阅读《时代》杂志, 26 个人阅读《财富》杂志, 9 个人阅读《每周新闻》和《财富》杂志, 11 个人阅读《每周新闻》和《时代》杂志, 8 个人阅读《时代》和《财富》杂志, 还有 8 个人什么杂志也不读。问:

- 有多少人只阅读《每周新闻》杂志?
- 有多少人每个杂志都阅读?

5. 设 A, B, C 是任意集合, 证明:

- $A \cap (B \cup \bar{A}) = B \cap A$.
- $(A - B) - C = A - (B \cup C)$.