

第九周作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2024 年 11 月 6 日

截止日期 2023 年 11 月 13 日晚 24: 00

1. 列出集合:

$$A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$$

上的包含关系 R .

2. 令 $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 4)\}$, 求 $R \circ R, R^{-1}, R \upharpoonright \{0, 1\}, R[\{1, 2\}], R^3$.

3. 给定 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 和其上的关系 $R = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (3, 4)\}$, 请问:

- R 的关系图和关系矩阵是怎么样的?
- R 满足什么关系? (自反、反自反、对称、反对称、传递?)
- 求 R 的自反闭包、传递闭包、对称闭包和自反对称传递闭包。

4. 设 R_1, R_2 是 A 上的关系, 证明:

- $(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}$.
- $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cap R_2^{-1}$.

5. 如果 A 上的关系 R 是自反的、对称的和传递的, 则称其是 A 上的**等价关系**。对于给定的集合 A 和关系 R , 判定 R 是否是 A 上的等价关系, 并给出证明。

(1) $A = \{1, 2, 3\}, R = \{(x, y) \mid x + y \neq 3, x, y \in A\}$,

(2) $A = \mathcal{P}(S)$, 这里 S 是一个超过两个元素的集合, $R = \{(X, Y) \mid X \subseteq Y, X, Y \in A\}$.

(3) $A = \mathcal{P}(S)$, 这里 S 是一个超过两个元素的集合, $R = \{(X, Y) \mid X \subseteq Y \vee Y \subseteq X, X, Y \in A\}$.