

## 第九周作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2024 年 11 月 6 日

截止日期 2023 年 11 月 13 日晚 24: 00

1. 列出集合:

$$A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$$

上的包含关系  $R$ .2. 令  $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 4)\}$ , 求  $R \circ R, R^{-1}, R \upharpoonright \{0, 1\}, R[\{1, 2\}], R^3, R^4$ .3. 给定  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  和其上的关系  $R = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (3, 4)\}$ , 请问:

- $R$  的关系图和关系矩阵是怎么样的?
- $R$  满足什么关系? (自反、反自反、对称、反对称、传递?)
- 求  $R$  的自反闭包、传递闭包、对称闭包和自反对称传递闭包。

4. 设  $R_1, R_2$  是  $A$  上的关系, 证明:

- $(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}$ .
- $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cap R_2^{-1}$ .

5. 如果  $A$  上的关系  $R$  是自反的、对称的和传递的, 则称其是  $A$  上的**等价关系**。对于给定的集合  $A$  和关系  $R$ , 判定  $R$  是否是  $A$  上的等价关系, 并给出证明。(1)  $A = \{1, 2, 3\}, R = \{(x, y) \mid x + y \neq 3, x, y \in A\}$ ,(2)  $A = \mathcal{P}(S)$ , 这里  $S$  是一个超过两个元素的集合,  $R = \{(X, Y) \mid X \subseteq Y, X, Y \in A\}$ .(3)  $A = \mathcal{P}(S)$ , 这里  $S$  是一个超过两个元素的集合,  $R = \{(X, Y) \mid X \subseteq Y \vee Y \subseteq X, X, Y \in A\}$ .

6.