

上海师范大学标准试卷

2023 ~ 2024 学年 第 1 学期 考试日期 2024 年 月 日
(考试时间: 90 分钟)

科目: 离散数学(A 卷)

专业 _____ 年级 _____ 班 姓名 _____ 学号 _____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

我承诺, 遵守《上海师范大学考场规则》, 诚信考试。签名: _____

得分 一、填空题 (本大题满分 20 分, 每题 2 分。)

- 1、设 $F(x): x$ 学过英语, $G(x): x$ 学过法语, 命题“小王学过英语和法语”在一阶逻辑中符号化的形式为 _____。
- 2、谓词公式 $(\forall x)(P(x) \vee (\exists y)R(y)) \rightarrow Q(x)$ 中量词 $\forall x$ 的辖域是 _____。
- 3、设谓词公式 $(\forall x)(\exists y)P(x, y)$, 个体域为 $\{1, 2\}$; 将其中的量词消去, 写出与之等价的命题公式为 _____。
- 4、公式 A 含有 3 个命题变量 x, y, z , 已知其成真赋值为 110, 011, 000, 则公式 A 的主合取范式为 _____。
- 5、有一金属样本, 三名队员做出以下判断: 甲说“这不是铁, 也不是铜”; 乙说“这不是铁, 是铝”; 丙说“这不是铝, 是铁”。经鉴定, 其中一个人判断完全正确, 一个人只判对了一半, 另一个全错了。则判断完全正确的是 _____。
- 6、令 $A = \{a, b, c, d\}$, π 是 A 上的一个划分, $\pi = \{\{a, b\}, \{c, d\}\}$ 。与 π 对应的等价关系 R 为 _____。
- 7、设 F 是 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 上的二元关系, $F = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 4)\}$, 则 F 的传递闭包为 _____。
- 8、无向图 G 有 9 条边, 三个度数为 2 的顶点, 两个度数为 3 的顶点, 一个度数为 5 的顶点, 其余顶点度数为 1, 则度数为 1 的顶点有 _____ 个。
- 9、 n 阶无向图 G 有 m 条边, 则其补图 \bar{G} 的边数为 _____。
- 10、方程 $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ 的非负整数解个数为 _____。

得分

二、单项选择题（本大题满分 20 分，每题 2 分。）

1、下列命题公式是永真式的是()

- A. $(p \wedge q) \rightarrow p$ B. $p \rightarrow (p \wedge q \wedge r)$
C. $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow \neg p)$ D. $p \vee (q \wedge \neg r)$

2、下列集合中，() 是联结词的完备集

- A. $\{\wedge, \vee\}$ B. $\{\neg, \wedge, \rightarrow\}$ C. $\{\leftrightarrow, \wedge\}$ D. $\{\rightarrow, \vee, \wedge\}$

3、论域为整数集，下列公式中() 为真

- A. $(\forall x)(\forall y)(x + y = 0)$ B. $(\exists y)(\forall x)(x + y = 0)$
C. $(\forall x)(\exists y)(x + y = 0)$ D. $\neg(\exists x)(\exists y)(x + y = 0)$

4、下列整数集 Z 上关系不具有自反性和对称性的为()

- A. $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x + y = \text{偶数} \}$ B. $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x^2 = y^2 \}$
C. $R = \{ \langle x, y \rangle \mid y = x + 2 \}$ D. $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x + y \neq 3 \}$

5、命题公式的任意两个不同极小项的合取式一定为()

- A. 永真式 B. 永假式 C. 可满足式 D. 不确定

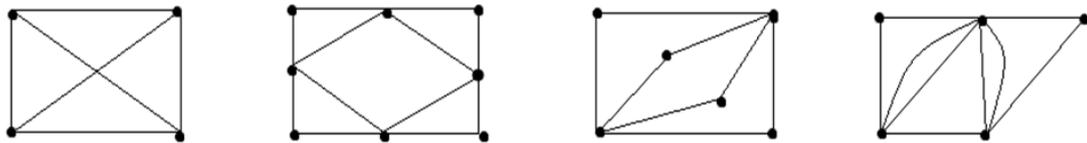
6、下列集合中跟实数集等势的集合是()

- A. 自然数集 N B. 有理数集 Q C. $[0, 1]$ D. 整数集 Z

7、下列序列可简单图化的是()

- A. (3,3,2,2,3) B. (1,3,4,4,5)
C. (3,3,3,3,3) D. (3,3,3,3,4)

8、下列各图中可一笔画成的有() 个



- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

9、定义偏序集 (A, \leq) ，其中 $A = \{1, 2, \dots, 12\}$ 、 \leq 是其上的整除关系，则在偏序集 (A, \leq) 中对于集合 $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ，下列说法正确的是：

- A. B 的下界为 $\{2\}$ B. B 的上界为 $\{9, 10, 11, 12\}$
C. B 的最小上界为 12 D. B 没有上界

- 10、给定 n 个顶点的图，它是一个树。则下列说法中，() 是不对的。
- A. 无回路的连通图 B. 每对顶点之间有惟一的一条路径
- C. 连通且 $m=n-1$ ，其中 m 是边数 D. 所有顶点的度数 ≥ 2

得分 三、综合题（本大题满分 30 分，各小题满分 10 分。）

1、

(1) 用等值演算方法证明 $(x \rightarrow (y \wedge z)) \Leftrightarrow ((x \rightarrow y) \wedge (x \rightarrow z))$;

(2) 设论域 $D=\{a, b\}$ ，二元谓词 $P(x, y)$ 定义如下：

$$P(a, a) = T, P(a, b) = F, P(b, a) = F, P(b, b) = T$$

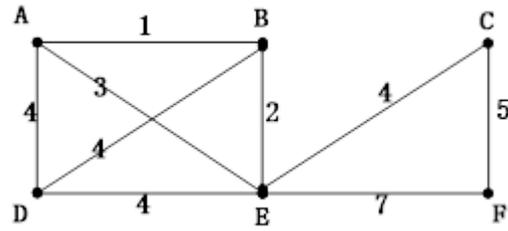
求下列各式的真值：

(a) $P(a, a) \wedge P(b, a)$;

(b) $(\forall x)(\exists y)P(x, y)$;

(c) $(\exists x)P(x, x) \rightarrow (\forall x)(\forall y)P(x, y)$.

2、求下图的所有最小生成树。



3、设 $A = \{1, 2, \dots, n\}$:

(1) 请给出一个函数 $f: A \rightarrow A$, 其既不是满射也不是单射。

(2) A 到 A 一共有多少个不同的函数, 其中有多少个单射? 多少个满射?

得分 四、证明题（本大题满分 30 分，各小题满分 10 分。）

1、设 R 是 A 上的自反和传递的关系，证明： $R \cap R^{-1}$ 是 A 上的等价关系。

2、证明：任何至少有两个结点的简单无向图中必有 2 个结点的度相同。

3、证明下列组合恒等式：

(1) $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} 2^k = (-1)^n$

(2) 证明二项式系数的范德蒙德卷积公式，对所有的正整数 m_1, m_2, n ，有：

$$\sum_{k=0}^n \binom{m_1}{k} \binom{m_2}{n-k} = \binom{m_1 + m_2}{n}$$