

第一次作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2025 年 2 月 18 日

截止日期 2025 年 2 月 24 日晚 24: 00

1. 请判断下列语句哪些是命题？在是命题的句子中，哪些是简单命题？真命题？哪些命题的真值还不知道？

- (1) 9 是合数的充要条件是它是奇数。
- (2) 张三和李四是同学。
- (3) $2x + 3 < 5$ ，其中 x 是任意实数。
- (4) 对于任意实数 x ， $2x + 3 < 5$ 。
- (5) 你去图书馆么？
- (6) 2024 赛季英超冠军是切尔西。
- (7) 吸烟请到吸烟室去。

2. 当 p, q 的真值为 0， r 的真值为 1 时，求下列公式的真值。

- (1) $p \vee (q \wedge r)$.
- (2) $(p \leftrightarrow r) \wedge (\neg q \vee p)$.
- (3) $(\neg r \wedge q) \rightarrow (p \wedge \neg q)$.

3. 将下列命题符号化。

- (1) 2 是素数。
- (2) 不但 π 是无理数, 而且自然对数的底 e 也是无理数。
- (3) 3 是偶素数。
- (4) 这学期, 小明只能学英语或者日语中的一门外语课。
- (5) 除非 $2 < 1$, 否则 $3 < 2$ 。
- (6) 只有李老师上课, 小明才来听课。
- (7) 火车比轮船快。
- (8) 飞机比火车快。

注 0.1

思考一下, **火车比轮船快**和**飞机比火车快**这两个命题的符号化是不是有缺陷? 直观上来说, 我们应该可以得到**飞机比轮船快**的结论, 但是从符号化的角度来说我们似乎没法用这两个命题来表示**飞机比轮船快**; 而这正是命题逻辑的局限性。

4. 用真值表判断下列公式的类型, 并指出它们的成真赋值和成假赋值。

- (1) $((p \wedge q) \rightarrow p) \vee r$.
- (2) $((p \rightarrow r) \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow r)$.
- (3) $(\neg(q \rightarrow p)) \wedge p \wedge r$.

5. 这是一个技术上的手段，我们来证明一些公式是重言式。

(1) 用真值表的方法证明 $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ 是重言式。

(2) 运用第一问的结论，利用代入规则来证明下列公式：

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (((A \wedge D) \rightarrow (\neg B \vee C)) \rightarrow (A \rightarrow B)).$$