

第一次作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2025 年 2 月 18 日

截止日期 2025 年 2 月 24 日晚 24: 00

1. 请判断下列语句哪些是命题？在是命题的句子中，哪些是简单命题？真命题？哪些命题的真值还不知道？

- (1) 9 是合数的充要条件是它是奇数。
- (2) 张三和李四是同学。
- (3) $2x + 3 < 5$ ，其中 x 是任意实数。
- (4) 对于任意实数 x ， $2x + 3 < 5$ 。
- (5) 你去图书馆么？
- (6) 2024 赛季英超冠军是切尔西。
- (7) 吸烟请到吸烟室去。

2. 当 p, q 的真值为 0， r 的真值为 1 时，求下列公式的真值。

- (1) $p \vee (q \wedge r)$.
- (2) $(p \leftrightarrow r) \wedge (\neg q \vee p)$.
- (3) $(\neg r \wedge q) \rightarrow (p \wedge \neg q)$.

3. 将下列命题符号化。

- (1) 2 是素数。
- (2) 不但 π 是无理数，而且自然对数的底 e 也是无理数。
- (3) 3 是偶素数。
- (4) 这学期，小明只能学英语或者日语中的一门外语课。
- (5) 除非 $2 < 1$ ，否则 $3 < 2$ 。
- (6) 只有李老师上课，小明才来听课。
- (7) 火车比轮船快。
- (8) 飞机比火车快。

注 0.1

思考一下，火车比轮船快和飞机比火车快这两个命题的符号化是不是有缺陷？直观上来说，我们应该可以得到飞机比轮船快的结论，但是从符号化的角度来说我们似乎没法用这两个命题来表示飞机比轮船快；而这就是命题逻辑的局限性。

4. 用真值表判断下列公式的类型，并指出它们的成真赋值和成假赋值。

(1) $((p \wedge q) \rightarrow p) \vee r.$

(2) $((p \rightarrow r) \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow r).$

(3) $(\neg(q \rightarrow p)) \wedge p \wedge r.$

5. 这是一个技术上的手段，我们来证明一些公式是重言式。

(1) 用真值表的方法证明 $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ 是重言式。

(2) 运用第一问的结论，利用代入规则来证明下列公式：

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (((A \wedge D) \rightarrow (\neg B \vee C)) \rightarrow (A \rightarrow B)).$$