

第 3 次作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2025 年 3 月 4 日

截止日期 2025 年 3 月 10 日晚 24: 00

1. 求出下列命题公式的主合取范式和主析取范式。

(1) $(p \wedge q) \vee r$.

(2) $(p \vee (q \wedge r)) \rightarrow (p \vee q \vee r)$.

2. 用消解法判断下列公式是否是可满足的:

(1) $(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (\neg r \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$.

(2) $(p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee r)$

注 0.1

如果能找到一个成真赋值使得公式成立, 则公式是可满足的。但这道题希望大家只用消解法来判断, 看一下如果一个公式是可满足的, 消解法最终会如何停止。(即不会产生新的公式)

3. 令 S 是一个合取范式, l 是一个出现在 S 中的文字, 并且满足 l^c 不出现在 S 中。 l^c 的定义为:

$$l^c = \begin{cases} p, & \text{如果 } l = \neg p \\ \neg p, & \text{如果 } l = p \end{cases}$$

将所有含有 l 的简单析取式去掉后得到的合取范式记为 S_l 。证明 S 与 S_l 是同可满足的。

4. 在自然推理系统 P 中构造下面推理的证明:

(1) $\{p \rightarrow q, \neg(q \wedge r), r\} \vdash \neg p$

(2) $\{\neg p \vee r, \neg q \vee s, p \wedge q\} \vdash t \rightarrow (r \wedge s)$

5. 我们考虑一个特殊的前提:

$$A = \{p \wedge q, p \wedge \neg q, \neg p \wedge q, \neg p \wedge \neg q\}$$

(1) 在自然推理系统 P 中构造下面推理的证明: $A \vdash 0$.(2) 由第一问说明, 对于任意结论 C , $A \vdash C$, 即可以基于该前提构造任意结论的证明。

注 0.2

这一问是想大家意识到, 证明其实跟真值 (语义) 无关, 它只是语法上的推导。当然无论是我们现在学的命题逻辑和后面的一阶逻辑, 其语法和语义都是可以满足可靠和完备的, 所以很多时候可以混着理解。