

第 4 次作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2025 年 3 月 11 日

截止日期 2025 年 3 月 17 日晚 24: 00

1. 用自然推理系统 P 构造下面推理的证明:

如果今天是星期六, 我们就要到颐和园或圆明园去玩。如果颐和园游人太多, 我们就不去颐和园玩。今天是星期六, 颐和园游人太多, 所以我们去圆明园玩。

2. 分别利用反证法和利用反证法证明下列推理:

$$\{p \rightarrow \neg q, \neg r \vee q, r \wedge \neg s\} \vdash \neg p$$

3. 在一阶逻辑中, 分别在 (a), (b) 时将下列命题符号化, 并讨论个命题的真值。

- 凡是整数都能被 2 整除。
- 有的整数不能被 2 整除。

(a) 个体域为自然数集合 $\mathbb{N}$ 。(b) 个体域为实数集合 $\mathbb{R}$ 。

4. 在一阶逻辑中将下列命题符号化, 这里个体域是全总个体域。

- (1) 没有不能表示成分数的有理数。
- (2) 乌鸦都是黑色的。
- (3) 不存在比所有火车都快汽车。
- (4) 说凡是汽车就比火车慢是不对的。

5. 假设符号集包括常量 a , 函数 f , 谓词符号 F, G 。给定解释 $I = (\mathbb{R}, a)$ 和赋值 σ 如下:

- (1) 个体域为实数集合 $\mathbb{R}$ 。
- (2) $a(a) = 0$ 。
- (3) $a(f)(x, y) = xy + x + y$ 。
- (4) $a(F)(x, y) = x \equiv y$, $a(G)(x, y) = x > y$ 。
- (5) $\sigma(x) = 1$, $\sigma(y) = -1$

给出下列公式在 I 和 σ 下的解释, 并指出它们的真值。

- (1) $\forall x(G(x, y) \rightarrow \exists y F(x, y))$ 。
- (2) $\forall y(F(f(x, y), a) \rightarrow \forall x G(x, y))$ 。