

第 6 次作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2025 年 3 月 25 日

截止日期 2025 年 3 月 31 日晚 24: 00

1. 在自然推理系统 $N_{\mathcal{L}}$ 中，构造下列推理的证明：

$$\{\forall x(F(x) \rightarrow \neg G(x)), \forall x(H(x) \rightarrow G(x))\} \vdash \forall x(H(x) \rightarrow \neg F(x))$$

2. 考察下列推理

每个科学工作者都是刻苦钻研的，每个刻苦钻研而又聪明的人在他的事业中都将获得成功。张三是科学工作者，并且是聪明的，所以张三在他的事业中将获得成功。

请首先以个体域为人类集合将上述推理符号化，并在自然推理系统 $N_{\mathcal{L}}$ 中构造相应推理的证明。

3. 请给出一个实例说明, 利用 $\exists_+$ 和 $\exists_-$ 规则进行推理时如果变元和常量不符合使用规则, 就会得到错误的结论。

4. 这道题我们更好的理解一下对称差:

(1) 请画出 $A \oplus B \oplus C$ 的文氏图。

(2) 证明对称差具有结合律: $A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C$.

5. 求下列集合:

- $A = \{a, b, c\}$ 和 $B = \{a, 1, 2\}$ 的对称差 $A \oplus B$ 。
- $A = \{1, \{2, 3\}, \{1, \{2\}\}\}$ 的广义并集 $\bigcup A$ 。
- $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ 的幂集 $\mathcal{P}(A)$ 。