

第一次作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2025 年 9 月 23 日

截止日期 2025 年 9 月 29 日晚 24: 00

1. 请判断下列语句哪些是命题？在是命题的句子中，哪些是简单命题？真命题？哪些命题的真值还不知道？

- (1) 2025 年世俱杯冠军是切尔西。
- (2) $2x + 3 < 5$ ，其中 x 是任意实数。
- (3) 对于任意实数 x ， $2x + 3 < 5$ 。
- (4) 9 是合数的充要条件是它是奇数。
- (5) 吸烟请到吸烟室去。
- (6) 我只知道一件事，那就是什么都不知道。

2. 将下列命题符号化。

- (1) 2 是偶数。
- (2) 不但 π 是无理数，而且自然对数的底 e 也是无理数。
- (3) 除非 $2 < 1$ ，否则 $3 < 2$ 。
- (4) 如果 $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ 不是有理数，那么 $\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}}}$ 是有理数。
- (5) 火车比轮船快。
- (6) 飞机比火车快。

注 0.1

思考一下，**火车比轮船快**和**飞机比火车快**这两个命题的符号化是不是有缺陷？直观上来说，我们应该可以得到**飞机比轮船快**的结论，但是从符号化的角度来说我们似乎没法用这两个命题来表示**飞机比轮船快**；而这正是命题逻辑的局限性。

3. 当 p, q 的真值为 0, r 的真值为 1 时, 求下列公式的真值。

(1) $p \vee (q \wedge r)$.

(2) $(p \leftrightarrow r) \vee (\neg q \wedge p)$.

(3) $(\neg r \wedge q) \leftrightarrow (p \wedge \neg q)$.

4. 用真值表判断下列公式的类型, 并指出它们的成真赋值和成假赋值。

(1) $((p \wedge q) \rightarrow p) \vee r$.

(2) $((p \rightarrow r) \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow r)$.

(3) $(\neg(q \rightarrow p)) \wedge p \wedge r$.

5. 考虑下面的公式:

$$(A \rightarrow (B \leftrightarrow C)) \rightarrow (((A \wedge B \wedge \neg C) \rightarrow (\neg B \vee C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \leftrightarrow C))).$$

(1) 用真值表的方法证明其是重言式。

(2) 利用 $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ 是重言式的事实, 证明该公式是重言式。

注 0.2

大家可以自己思考一下, 你认为代入规则的引入, 是否让重言式的证明变得更为简单?