离散数学

Lecture 2

第二次作业

Lecturer: 杨启哲 Last modified: 2025 年 9 月 30 日

截止日期 2025年10月9日晚24:00

1. 用等值演算法证明下列等值式。

(1)
$$p \to (q \to r) \Leftrightarrow (p \land q) \to r$$
.

$$(2) \ (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \land \neg q) \lor (q \land \neg p)) \Leftrightarrow p \land \neg p.$$

2. 由下列真值表,分别写从成真赋值和成假赋值的角度写出以 p,q,r 为命题变元的命题公式 A,B 的两个表达式:

p	q	r	А	В
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

表 1: 命题公式 A, B 的真值表

- 3. 将下列公式化成与之等值的仅含 {¬,∨} 中联结词的命题公式:
 - (1) $(p \leftrightarrow r) \land q$.
 - (2) $(p \rightarrow (q \land \neg p)) \land q \land r$.

4. 课件上讲到,与非联结词↑可以表示其他的联结词,如:

$$\begin{array}{ccc} \neg p & \Leftrightarrow & p \uparrow p, \\ \\ p \land q & \Leftrightarrow & (p \uparrow q) \uparrow (p \uparrow q), \\ \\ p \lor q & \Leftrightarrow & (p \uparrow p) \uparrow (q \uparrow q), \\ \\ p \to q & \Leftrightarrow & p \uparrow (q \uparrow q), \\ \\ p \leftrightarrow q & \Leftrightarrow & (p \uparrow q) \uparrow (q \uparrow p). \end{array}$$

请用或非 \downarrow $(p\downarrow q\Leftrightarrow \lnot(p\lor q))$ 表示出联结词 $\lnot,\land,\lor,\rightarrow,\uparrow$ 。

- 5. 证明关于对偶式和内否式的两个性质:
 - (1) $(\neg A)^* \Leftrightarrow \neg (A^*)$.
 - (2) $(\neg A)^- \Leftrightarrow \neg (A^-)$.