

## 第三次作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2025 年 10 月 10 日

**截止日期** 2025 年 10 月 20 日晚 24: 00

1. 求出下列命题公式的主合取范式和主析取范式。

$$(1) (p \vee (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \vee q \vee r).$$

2. 请解释为什么下列公式是等值的:

$$\begin{aligned} & (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \\ \Leftrightarrow & (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r) \end{aligned}$$

3. 令  $S$  是一个合取范式,  $l$  是一个出现在  $S$  中的文字, 并且满足  $l^c$  不出现在  $S$  中。 $l^c$  的定义为:

$$l^c = \begin{cases} p, & \text{如果 } l = \neg p \\ \neg p, & \text{如果 } l = p \end{cases}$$

将所有含有  $l$  的简单析取式去掉后得到的合取范式记为  $S_l$ 。证明  $S$  与  $S_l$  是同可满足的。

4. 用消解法判断下列公式是否是可满足的:

(1)  $(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (\neg r \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r).$

(2)  $(p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee r)$

注 0.1

如果能找到一个成真赋值使得公式成立, 则公式是可满足的。但这道题希望大家只用消解法来判断, 看一下如果一个公式是可满足的, 消解法最终会如何停止。(即不会产生新的公式)

5. 将下列推理形式化, 并证明该推理是不正确的。

如果  $a$  和  $b$  之积是负数, 那么  $a$  和  $b$  中恰好有一个负数。 $a$  和  $b$  之积不是负数, 所以  $a$  和  $b$  都不是负数。

6. 在自然推理系统  $P$  中构造下面推理的证明:

$$\{\neg p \vee r, \neg q \vee s, p \wedge q\} \vdash t \rightarrow (r \wedge s)$$