

第三次作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2025 年 10 月 10 日

截止日期 2025 年 10 月 20 日晚 24: 00

1. 求出下列命题公式的主合取范式和主析取范式。

$$(1) (p \vee (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \vee q \vee r).$$

2. 请解释为什么下列公式是等值的：

$$\begin{aligned} & (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \\ \Leftrightarrow & (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r) \end{aligned}$$

3. 令 S 是一个合取范式, l 是一个出现在 S 中的文字, 并且满足 l^c 不出现在 S 中。 l^c 的定义为：

$$l^c = \begin{cases} p, & \text{如果 } l = \neg p \\ \neg p, & \text{如果 } l = p \end{cases}$$

将所有含有 l 的简单析取式去掉后得到的合取范式记为 S_l 。证明 S 与 S_l 是同可满足的。

4. 用消解法判断下列公式是否是可满足的：

$$(1) (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (\neg r \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r).$$

$$(2) (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee r)$$

注 0.1

如果能找到一个成真赋值使得公式成立, 则公式是可满足的。但这道题希望大家只用消解法来判断, 看一下如果一个公式是可满足的, 消解法最终会如何停止。(即不会产生新的公式)

5. 将下列推理形式化, 并证明该推理是不正确的。

如果 a 和 b 之积是负数, 那么 a 和 b 中恰好有一个负数。 a 和 b 之积不是负数, 所以 a 和 b 都不是负数。

6. 在自然推理系统 P 中构造下面推理的证明：

$$\{\neg p \vee r, \neg q \vee s, p \wedge q\} \vdash t \rightarrow (r \wedge s)$$