

第五次作业

Lecturer: 杨启哲

Last modified: 2025 年 11 月 3 日

截止日期 2025 年 11 月 3 日晚 24: 00**重要提醒:** 请邮件提交的同学严格按照第一个课件上的要求, 在邮件中提交一个名为“**学号-姓名-离散第 5 次作业**”的 pdf 文件作为你的作业, 邮件标题也请写成“**学号-姓名-离散第 5 次作业提交**”。

1. 证明下列等值式:

$$\exists x(P(x) \rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow \forall xP(x) \rightarrow \exists xQ(x)$$

2. 设个体域为 $\{a, b\}$, 消去下列各式的量词:

$$(1) \forall x \forall y P(x, y).$$

$$(2) \exists x(P(x, y) \rightarrow \forall y Q(y)).$$

3. 求下列各式的前束范式:

$$(1) \forall x P(x) \rightarrow \exists x Q(x).$$

$$(2) \exists x_1 F(x_1, x_2) \rightarrow (F(x_3) \rightarrow \neg \forall x_2 G(x_2, x_1)).$$

4. 求下列各式的全称量词 skolem 标准形:

(1) $\forall x(P(x) \rightarrow \exists y Q(x, y)) \vee \forall z R(z).$

(2) $\exists y \forall x \forall z \exists u \forall v P(x, y, z, u, v).$

5. 在自然推理系统 $N_{\mathcal{L}}$ 中, 构造下列推理的证明。

- 前提: $\exists x F(x) \rightarrow \forall y ((F(y) \vee G(y)) \rightarrow R(y)), \exists x F(x)$
结论: $\exists x R(x).$
- 前提: $\exists x F(x) \rightarrow \forall x G(x).$
结论: $\forall x (F(x) \rightarrow G(x)).$