

# 上海师范大学标准试卷

2024~2025 学年 第 1 学期

考试日期

2024 年 1 月 3 日

(考试时间: 90 分钟)

## 科目: 离散数学 (B 卷)

专业 \_\_\_\_\_ 年级 \_\_\_\_\_ 班 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	总分
得分					

我承诺, 遵守《上海师范大学考场规则》, 诚信考试。 签名: \_\_\_\_\_

得分  一、填空题 (每小题 2 分, 共 20 分)

1. 设  $p(x, y) : x$  出生于  $y$  年, 则小王出生于 1993 年或者 1994 年在一阶逻辑中符号化的形式为 \_\_\_\_\_。
2. 给定一个命题公式  $A$ , 其含有 3 个命题变量  $x, y, z$ , 已知其成真赋值为 010, 110, 111, 则公式  $A$  的主合取范式为 \_\_\_\_\_。
3. 对于公式  $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ , 其中  $P(x) = (x > 2)$ ,  $Q(x) = (x \leq 1)$ 。则当论域  $D = \{0, 1\}$  时, 公式的真值为 \_\_\_\_\_。
4. 令集合  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ , 定义  $A$  上的关系  $F = \{(0, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1)\}$ , 请写出  $F$  的对称闭包  $s(F) =$  \_\_\_\_\_。
5. 已知  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ , 求  $\mathcal{P}(A) \times A =$  \_\_\_\_\_。
6. 令  $S$  是一个超过两个元素的集合, 定义在集合  $A = \mathcal{P}(S)$  上的关系  $R = \{(X, Y) \mid X \subseteq Y \vee Y \subseteq X, X, Y \in A\}$ , 则  $R$  \_\_\_\_\_ (是/不是) 等价关系。
7. 3 阶完全图  $K_3$  一共有 \_\_\_\_\_ 不同构的生成子图。
8. 下图的最小生成树的权重为 \_\_\_\_\_。
9. 设  $n$  阶无向图  $G$  是一个极大的无环连通图, 则  $G$  有 \_\_\_\_\_ 条边。

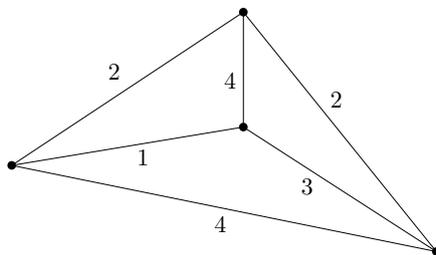


图 1: 第 8 题图

10. 方程  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11$  的非负整数解个数为 \_\_\_\_\_。

得分

二、单项选择题 (每小题 2 分, 共 20 分)

1. 下列命题公式是永真式的是:

【    】

(A)  $p \rightarrow (p \vee q)$

(B)  $p \rightarrow (p \rightarrow q)$

(C)  $(p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee r)$

(D)  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

2. 下列集合中, 哪个是联结词的完备集?

【    】

(A)  $\{\neg, \leftrightarrow\}$

(B)  $\{\vee, \wedge\}$

(C)  $\{\neg, \rightarrow\}$

(D)  $\{\rightarrow, \leftrightarrow\}$

3. 命题公式的任意两个不同的极小项的析取式一定为

【    】

(A) 永真式

(B) 矛盾式

(C) 可满足式

(D) 不确定

4. 论域为整数集, 则下列公式中哪个公式为假?

【    】

(A)  $\forall x \exists y (x + y = xy + 1)$

(B)  $\exists x \exists y (x + y = 0)$

(C)  $\forall x \exists y (x + y = 0)$

(D)  $\exists x \forall y (x + y \neq 1)$

5. 下列集合中跟自然数集不等势的集合是:

【    】

(A) 负整数集  $\mathbb{Z}^-$

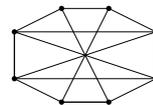
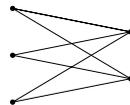
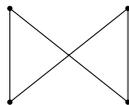
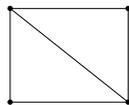
(B)  $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x < 1000\}$

(C)  $\{x \mid x = 10k, k \in \mathbb{Z}\}$

(D)  $\{\frac{1}{x+1} \mid x \in \mathbb{N}^+\}$

6. 下列图一共有几个是欧拉图?

【    】



(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

7. 下列度数序列中可简单图化的是

【    】

(A) (2, 2, 2, 2, 2)

(B) (2, 2, 2, 4)

(C) (1, 1, 3, 3, 3)

(D) (1, 1, 2, 4, 4)

8. 下列关于图的说法中正确的是

【    】

(A) 欧拉图都是哈密顿图。

(B) 哈密顿图都是欧拉图。

(C) 哈密顿图中的每个顶点的度数都为 2。

(D) 哈密顿图中的每个顶点只能有 2 条边关联在一个哈密顿回路中。

9. 下列关于  $n$  个顶点的无向树的说法中错误的是

【    】

(A) 树中有  $n - 1$  条边。

(B) 若  $G$  不是树, 则其子图也不是树。

(C) 树的子图也是树。

(D) 树中顶点的度数可能都是偶数。

10. 对于下列给定的集合  $A$  和  $A$  上的关系  $R$ , 判断哪个关系是偏序关系?

【    】

(A)  $A = \mathbb{R}$  为实数集,  $R = \{(x, y) \mid x - y = 2, x, y \in A\}$

(B)  $A = \mathbb{Z}$ ,  $R = \{(x, y) \mid x = y \vee x + 0.5 < y, x, y \in A\}$

(C)  $A = \mathbb{Z}^+$  为正整数集,  $R = \{(x, y) \mid xy \text{ 是奇数}, x, y \in A\}$

(D)  $A = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$  为非零整数集,  $R = \{(x, y) \mid xy > 0, x, y \in A\}$

得分	
----	--

三、综合题 (每小题 10 分, 共 30 分)

1. 在自然推理系统中  $P$ , 构造下列推理的证明:

$$\{p \rightarrow (q \rightarrow r), p, q\} \vdash r \vee s$$

2. 现有三个容器, 容积分别为 10 升、7 升和 4 升。其中, 7 升和 4 升的容器是满的, 正开始向外排水, 而 10 升的容器此时是空的。当前我们只能进行一种操作: 将一个容器的水注入另一个容器, 注水操作只能在源容器已空或者目标容器已满的情况下停止。问题是, 是否存在一个合理的注水顺序, 使 7 升或 4 升的容器中恰好剩余 2 升水? 如果存在的话, 请给出对应的一个注水顺序。

3. 考察下列集合  $A$  和对应的偏序关系  $R$ :

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15\}$

- $R = \{(x, y) \mid y \text{ 是 } x \text{ 的倍数。}\}$

(1) 画出相应的哈斯图。

(2) 该偏序集中的极大元、极小元、最大元、最小元分别是什么?

得分	
----	--

四、证明题 (每小题 10 分, 共 30 分)

1. 设  $R$  是  $A$  上的自反和传递的关系, 定义  $A$  上的关系  $T$ :

$$T = \{(x, y) \mid (x, y) \in R \wedge (y, x) \in R\}$$

请证明  $T$  是  $A$  上的等价关系。

2. 某工厂生产由 6 种颜色的纱织成的双色布，已知在一批双色布中，每种颜色至少与其他 3 种颜色相搭配。证明：可以从这批双色布中挑出 3 种，它们由 6 种不同颜色的纱织成。

3. 证明下列组合式:

$$(1) \sum_{k=r}^n (-1)^k \binom{n}{k} \binom{k}{r} = 0$$

$$(2) \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \binom{n}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$$