

第二次作业

LECTURER: 杨启哲

LAST MODIFIED: 2024 年 3 月 4 日

截止日期 2023 年 3 月 11 日

1. 计算下列式子:

$$\bullet \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 3 & 1 \\ -4 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\bullet \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

2. 求出满足下列条件的矩阵 A :

$$\bullet A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ -x \end{bmatrix}, \text{ 可以看到这个矩阵的效果是将二维平面上的点绕原点逆时针旋转 } 90 \text{ 度。}$$

$$\bullet A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z+x \end{bmatrix}.$$

3. 计算下列矩阵的乘法:

$$\bullet \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bullet \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 7 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

4. 分别计算 EF 和 FE 的值, 其中

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & c & 1 \end{bmatrix}$$

并计算一下 $E^2 = EE$, $F^3 = FFF$, 猜测一下 F^{100} 是什么?5. 对下列矩阵进行消元法, 其最终的上三角形系统 $U\mathbf{x} = \mathbf{c}$ 是什么? 并给出相应的解。

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 17 \end{bmatrix}$$

6. 证明矩阵的乘法满足结合律, 即: $(AB)C = A(BC)$.