《线性代数》

0-课程概览 (Overview)

杨启哲

上海师范大学信机学院计算机系

2025 年 2 月 17 日

目录

课程信息

课程基本信息

上海师范大学 Shanghai Normal University

课程信息

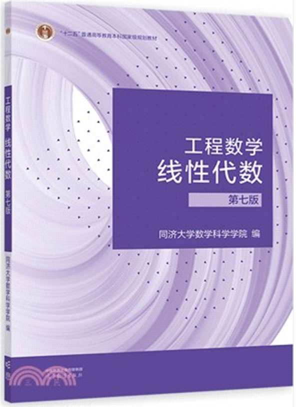
- 主讲人：杨启哲（邮箱: qzyang@shnu.edu.cn）
- 时间：周五 8：00-9：30（1-16 周）
  双周二 13：00-14：30（2-16 周）
- 地点：奉贤 3 教楼 101(周五)，奉贤 2 教楼 419(双周二)

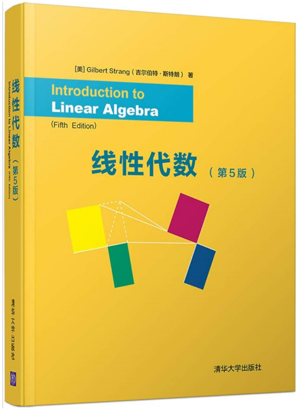
课程主页

- 课程主页：https://www.la2025s.spacepenguin.com.cn

教材和推荐书籍

- 同济大学数学科学学院 **《工程数学线性代数》(课程教材)**
- Gilbert Strang **《Introduction to Linear Algebra》**.





评分标准

注意!

这堂课的作业鼓励大家相互讨论，也鼓励大家从网上搜索相关资源，但是请注意，**请不要抄袭!** 请确保自己完成的作业都是建立在自己充分理解并做出来的基础上的。

评分标准

分数将由两部分组成:

1. 平时作业 (Homework).
2. 期末考试 (Final Exam).

最终分数

最终分数的计算方式:

$$\text{分数} = 40\% \times \text{平时作业} + 60\% \times \text{期末考试}$$

平时作业

平时作业

- **书面作业:**
    - 发布在课程主页上。一般每周五上完课后发布，下一周周四晚上 24：00 截至（即下一周周五上课前一天晚上）。
- **提交方式:**
    - 纸质作业本；请在下周周五上课时提交。
    - 电子版；请通过邮件提交，请将作业打包成 **pdf 格式**并以学号-姓名-线代第 x 次作业的名字命名，通过附件的形式发送到 qzyang@shnu.edu.cn. 邮件主题请使用学号-姓名-线代第 x 次作业提交的格式。

具体信息也会发布在课程主页上，课程信息中也有对作业提交的详细说明。

注意事项

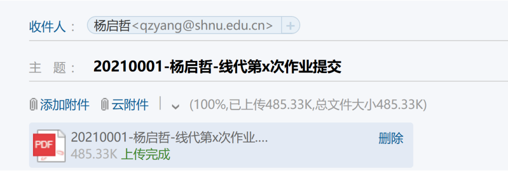
- 迟交作业会相应扣掉本次作业 25% 的分数。
- 超星学习通上不会发布作业，所以作业相关信息请定期查询课程网站。

关于邮件提交的进一步说明

上海师范大学
Shanghai Normal University

注意!

如果是通过邮件提交，请务必将作业整合成一个附件 (使用 **pdf 格式**)，以学号-姓名-线代第 x 次作业的名字命名，并且邮件主题请使用学号-姓名-线代第 x 次作业提交，发送到 qzyang@shnu.edu.cn，如下图所示。



期末考试

上海师范大学 Shanghai Normal University

期末考试

期末考试最后会以笔试试卷进行，闭卷，满分 100 分。具体信息后续会发布。

关于期末考试的额外说明

- 由于这是大类课，所以最后会统一考试。
- 我并不会按书本的章节来进行讲解，但是依旧会覆盖到所有会考的内容，所以请各位同学放心。

线性代数课程介绍

课程目标

高中数学到大学数学的飞跃

1. 从强调计算（算术）到理解数学结构的转变。
2. 从牢记结论到掌握证明的转变。
3. 建立抽象的几何直观。

什么是线性代数?

线性代数研究:

1. 向量空间（vector space）。
2. 向量空间之间的线性变换（linear transformations or linear map）

一个线性函数

考虑如下的函数:

$$f(x) := 3x$$

这是一个 $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ 的**线性函数**。

- 从几何的角度来讲，这是平面 $\mathbb{R}^2$ 上的一条线。
- 从代数的角度来讲，对于任意的 $x_1, x_2, c, x \in \mathbb{R}$ 我们有:

$$\begin{aligned} f(x_1 + x_2) &= f(x_1) + f(x_2) \\ f(cx) &= cf(x) \end{aligned}$$

牛顿第二定律告诉我们:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \text{ 或者} \mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m}$$

在 $\mathbb{R}^2$ 上

- $\mathbf{F}$ 是一个向量 (F_x, F_y)，从而:

$$\mathbf{a} = (a_x, a_y) = \left(\frac{F_x}{m}, \frac{F_y}{m}\right)$$

- 这是一个线性的转换。

$$\begin{aligned}
\left(\frac{F_x + F'_x}{m}, \frac{F_y + F'_y}{m}\right) &= \left(\frac{F_x}{m}, \frac{F_y}{m}\right) + \left(\frac{F'_x}{m}, \frac{F'_y}{m}\right) \\
\left(\frac{cF_x}{m}, \frac{cF_y}{m}\right) &= c\left(\frac{F_x}{m}, \frac{F_y}{m}\right)
\end{aligned}$$

在 $\mathbb{R}^3$ 上

$$\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z) \text{ 和 } \mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z) = \left(\frac{F_x}{m}, \frac{F_y}{m}, \frac{F_z}{m}\right)$$

- 我们有:

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{1}{m}F_x + 0F_y + 0F_z \\ a_y &= 0F_x + \frac{1}{m}F_y + 0F_z \\ a_z &= 0F_x + 0F_y + \frac{1}{m}F_z \end{aligned}$$

- 该线性变换可以用如下的矩阵 (matrix)表示。

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m} \end{bmatrix}$$

- 代数 (Algebra): 通俗来讲，代数就是将一些符号化对的对象组合起来并进行运算。比如如何简化类似下面的表达式:

$$(x+1)(x-3) = x^2 - 2x - 3$$

而对于线性代数而言，我们运算的对象并不一定时标量 (scalars)，还可能是向量 (vectors) 或者矩阵 (matrices)，抑或是线性变换 (linar transformations)。

- 线性方程组 (linear systems): 不难发现，如下的线性方程组 $Ax = b$ 实际上是线性代数中的一个核心问题:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 &= 1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 &= 2 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 &= 3 \end{aligned} \qquad \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}}$$

希望大家能从这门课中收获到知识和乐趣!

让我们从向量开始吧!