

发布日期：2023 年 11 月 14 日

截止日期：2023 年 11 月 30 日

计算复杂性理论 — 第三次作业

姓名： XXX

学号： nnnnnnnnnnnnnnnn

问题 1 一个输入变量为 x_1, \dots, x_n 的布尔非转移程序 (*straight-line program*) 是一个指令序列，其中第 i 条指令或为 $y_i = z_i \wedge z'_i$ ，或为 $y_i = z_i \vee z'_i$ 。这里 z_i 和 z'_i 或为输入变量，或为输入变量的反，或为满足 $j < i$ 的某个下标 y_j 。程序的最后一条指令计算出的变量值即为程序的输出。证明：若一个布尔函数可由含有 S 个门的电路计算，则该函数可由含有 S 条指令的非转移程序计算。

解答 TODO □

问题 2 通过对布尔函数的输入变量个数进行归纳，证明一个布尔函数可由一个单调电路计算当且仅当该布尔函数是单调的。

解答 TODO □

问题 3 证明：若 $\text{NP} \subseteq \text{P}/\log$ ，则 $\text{NP} = \text{P}$ 。

解答 TODO □

问题 4 说明二进制减法运算在 NC^1 中。

解答 TODO □

问题 5 证明 NC^1 是 PSPACE 的严格的子类。

解答 TODO □

问题 6 证明：若 $\text{NC}^i = \text{NC}^{i+1}$ ，则 $\text{NC}^i = \text{NC}$ 。

解答 TODO □

问题 7 证明：若 NC 有个完全问题，则 $\text{NC}^1 \subseteq \text{NC}^2 \subseteq \dots \subseteq \text{NC}^i \subseteq \dots$ 塌陷。

解答 TODO □

问题 8 若存在多项式 $p(n)$ ，对任意 n ，有不等式 $|L \cap \{0, 1\}^n| \leq p(n)$ ，称 L 是稀疏的。证明每个稀疏的语言都在 P/poly 里。

解答 TODO □

问题 9 证明 NC^0 严格包含在 AC^0 中。

解答 TODO □

问题 10 为奇偶函数设计一个高度为 $d > 2$ 、门个数不超过 $n2^{n^{\frac{1}{d-1}}}$ 的交替电路。

解答 TODO □

问题 11 解释如何用计算多数票函数 Maj_n 的电路实现计算阈值函数 Th_k^n 的电路，并由此推出 Maj_n 不在 AC^0 中。

解答 TODO □

问题 12 一个 n -元布尔函数 f 的布尔公式复杂性是和 f 等价的最小的 n -元布尔公式的长度。试讨论电路复杂性和布尔公式复杂性的关系。

解答 TODO □